

## SAJÁTÉRTÉKEKKEL ÉS SAJÁTVEKTOROKKAL KAPCSOLATOS SZÁMÍTÁSOK

**1.Feladat:** Határozza meg az **a)-d) feladatok**ban megadott mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait !

$$\text{a) feladat: } \begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ -1 & 6 & 1 \\ -2 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{b) feladat: } \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{c) feladat: } \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{d) feladat: } \begin{bmatrix} 0 & 7/2 & 2 \\ -4 & 9 & 4 \\ -3 & 3/2 & 5 \end{bmatrix}$$

### MEGOLDÁSOK:

#### 1.Feladat:

**a) feladat:**  $(7 - \lambda)(6 - \lambda)(8 - \lambda) - 2(6 - \lambda) = 0 \rightarrow (6 - \lambda)\{(7 - \lambda)(8 - \lambda) - 2\} = 0 \rightarrow (6 - \lambda)(\lambda^2 - 15\lambda + 54) = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 =$

$6 \text{ és } \lambda_3 = 9 \rightarrow \underline{s}_{12} = \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ és } \underline{s}_3 = \gamma \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ ahol } \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \text{ és } \gamma \neq 0$

**b) feladat:**  $-(3 - \lambda)^2(\lambda + 3) = 0 \rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 3 \text{ és } \lambda_3 = -3 \rightarrow \underline{s}_{12} = \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ és } \underline{s}_3 = \gamma \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ahol } \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \text{ és } \gamma \neq 0$

**c) feladat:**  $(2 - \lambda)(\lambda^2 + 1) = 0 \rightarrow \lambda_1 = 2 \rightarrow \underline{s}_1 = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ ahol } \alpha \neq 0$

**d) feladat:**  $-\lambda(9 - \lambda)(5 - \lambda) + 14(5 - \lambda) = 0 \rightarrow (5 - \lambda)\{-\lambda(9 - \lambda) + 14\} = 0 \rightarrow (5 - \lambda)(\lambda^2 - 9\lambda + 14) = 0 \rightarrow \lambda_1 = 5 \text{ és } \lambda_2 =$

$7 \text{ és } \lambda_3 = 2 \rightarrow \underline{s}_1 = \alpha \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ és } \underline{s}_2 = \beta \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ és } \underline{s}_3 = \gamma \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ahol } \alpha \neq 0 \text{ és } \beta \neq 0 \text{ és } \gamma \neq 0$