

## MÁTRIXOKKAL KAPCSOLATOS SZÁMÍTÁSOK

**1.Feladat:** Végezze el az alábbi mátrixok és vektorok felhasználásával az **a)-j) feladatok**ban kijelölt műveleteket !

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

- a) feladat:**  $\underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{A}}$     **b) feladat:**  $\underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{D}}$     **c) feladat:**  $\underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{b}}$     **d) feladat:**  $\underline{\mathbf{a}} \cdot \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{D}}$     **e) feladat:**  $\underline{\mathbf{a}} \cdot \underline{\mathbf{D}}$   
**f) feladat:**  $\underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{C}}^T$     **g) feladat:**  $\underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{B}}^2$     **h) feladat:**  $3\underline{\mathbf{A}} + 2\underline{\mathbf{B}}$     **i) feladat:**  $\underline{\mathbf{C}} \cdot (\underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{A}} + 2\underline{\mathbf{D}}^T)$     **j) feladat:**  $\underline{\mathbf{D}} \cdot \underline{\mathbf{C}}^T + \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{A}}$

**2.Feladat:** Határozza meg az alábbi mátrixok inverzét !

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & -1 \\ -1 & 3 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & 11 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

**3.Feladat:** Határozza meg az alábbi mátrixok rangját !

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & 1 & -10 \\ -5 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 9 & -14 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & -4 \\ -1 & 2 & -3 & -9 & 14 \end{bmatrix}$$

**4.Feladat:** Határozza meg az alábbi mátrixok felhasználásával az **a)-f) feladatok**ban kijelölt determinánsok értékét !

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ -2 & -3 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & -6 & 2 \\ -1 & 0 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) feladat:**  $\det(\underline{\mathbf{A}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{B}}^3)$     **b) feladat:**  $\det(2 \cdot \underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{C}}^2)$     **c) feladat:**  $\det(\underline{\mathbf{D}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{B}}^2)$     **d) feladat:**  $\det(2 \cdot \underline{\mathbf{A}} - \underline{\mathbf{B}})$     **e) feladat:**  $\det(3 \cdot \underline{\mathbf{B}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{A}}^3)$

### MEGOLDÁSOK:

**1.Feladat:**

a) feladat	c) feladat	d) feladat	f) feladat	g) feladat	i) feladat	j) feladat
$\begin{bmatrix} -3 & 7 \\ 3 & -5 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -9 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -5 & 10 & -10 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -5 & 1 \\ 5 & 11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 2 & 12 \\ -1 & 8 & 13 \\ 2 & -7 & -5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 4 & 12 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 13 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$

**A b), e) és h) feladatban kijelölt műveletek nem végezhetőek el**

**2.Feladat:**

$$\underline{\mathbf{A}}^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 5/2 & 7/2 \\ 6 & -7/2 & -11/2 \\ 7 & -4 & -6 \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{B}}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{Nem létezik} \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{C}}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{Nem létezik} \end{bmatrix} \quad \underline{\mathbf{D}}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 2 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -7 & 3 & 4 & -5 \\ 1 & 5 & -2 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

**3.Feladat:** rang  $\underline{\mathbf{A}} = 3$ , rang  $\underline{\mathbf{B}} = 3$

**4.Feladat:**  $\det \underline{\mathbf{A}} = 2$ ,  $\det \underline{\mathbf{B}} = 3$ ,  $\det \underline{\mathbf{C}} = 2$  (diagonális elemek szorzata),  $\det \underline{\mathbf{D}} = 0$  (harmadik oszlop éppen az első oszlop háromszorosa)

- a) feladat:**  $\det(\underline{\mathbf{A}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{B}}^3) = \det(\underline{\mathbf{A}}^{-1}) \cdot \det(\underline{\mathbf{B}}^3) = (1/\det \underline{\mathbf{A}}) \cdot (\det \underline{\mathbf{B}})^3 = (1/2) \cdot 3^3 = 27/2$   
**b) feladat:**  $\det(2 \cdot \underline{\mathbf{B}} \cdot \underline{\mathbf{C}}^2) = \det(2 \cdot \underline{\mathbf{B}}) \cdot \det(\underline{\mathbf{C}}^2) = 2^4 \cdot (\det \underline{\mathbf{B}}) \cdot (\det \underline{\mathbf{C}})^2 = 2^4 \cdot 3 \cdot 2^2 = 192$   
**c) feladat:** nem létezik, mert  $\det \underline{\mathbf{D}} = 0$ , ezért a  $\underline{\mathbf{D}}$  mátrixnak nincs inverze  
**d) feladat:** először el kell végezni a  $2 \cdot \underline{\mathbf{A}} - \underline{\mathbf{B}}$  műveletet, majd a kapott mátrix determinánsát kell kiszámítani,  $\det(2 \cdot \underline{\mathbf{A}} - \underline{\mathbf{B}}) = -213$   
**e) feladat:**  $\det(3 \cdot \underline{\mathbf{B}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{A}}^3) = \det(3 \cdot \underline{\mathbf{B}}^{-1}) \cdot \det(\underline{\mathbf{A}}^3) = 3^4 \cdot (\det \underline{\mathbf{B}}^{-1}) \cdot (\det \underline{\mathbf{A}})^3 = 3^4 \cdot (1/\det \underline{\mathbf{B}}) \cdot (\det \underline{\mathbf{A}})^3 = 3^4 \cdot (1/3) \cdot 2^3 = 216$