

DÖNTÉSELMÉLETTEL KAPCSOLATOS FELADATOK

1.Feladat

Egy vállalat egy gázmező kitermelését fontolgatja. A feltárás 10 millió dollárba kerülne, ami tiszta veszteség, ha a feltárás eredménytelen és nem találnak kitermelhető gázt. Siker esetén 1 millió köbméter gázon 5 millió dollár nyereség van (a feltárás költségei nélkül!) és a nyereség a kitermelt mennyiséggel arányosan változik. Az új lelőhelyen a kitermelhető mennyiséget, felétele, hogy a feltárás sikeres, 5 millió köbméterre becsülik. A múltbeli feltárások az esetek 40%-ában sikeresek voltak.

a) Írjuk fel az ehhez a döntési problémához tartozó kifizető (nyereség) mátrixot és az elmulasztott nyereségek (regret) mátrixát (mindkettőt millió dollárban) !

b) Mi a döntés, ha a BT a maximax kritérium alapján dönt ?

c) Mi a döntés, ha az elmulasztott nyereség várható értéke alapján döntenek ?

Egy geológust is meg lehet bízni azzal, hogy segítsen a döntésben. Korábbi működése során az esetek 80 %-ában megjósolta, hogy van jelentős mennyiségű gáz, amikor valóban volt is. Amikor nem volt jelentős mennyiségű gáz, akkor az esetek 25%-ában tévesen azt jósolta, hogy van.

d) Mi az optimális döntéssorozat és mekkora a várható nyereség, ha felhasználjuk a geológus által ingyenesen szolgáltatott információt?

e) Határozd meg és értelmezd az EVSI és az EVPI értékeket!

2.Feladat

Egy gázszerelő BT egy kisteherautó beszerzését fontolgatja. Ha megvásárolják a kisteherautót, akkor a következő évben várhatóan 20 millió forinttal nő a BT bevétele, feltéve, hogy a jármű jó minőségű. Ha viszont rossz minőségű a jármű, akkor a következő évben csak 4 millióval nő a BT árbevétele. A korábbi évek tapasztalata alapján a vezetőség tudja, hogy 20% a valószínűsége annak, hogy egy újonnan megvásárolt kisteherautó rossz minőségű. A kisteherautó beszerzése a költségeket a következő évben 10 millió forinttal növeli, függetlenül attól, hogy jó vagy rossz minőségű. A BT-nek el kell döntenie, hogy vásároljon-e kisteherautót.

a) Írjuk fel az ehhez a döntési problémához tartozó kifizető (nyereség) mátrixot és az elmulasztott nyereségek (regret) mátrixát (mindkettőt millió Ft-ban) !

b) Mi a döntés, ha a BT a maximin kritérium alapján dönt ?

c) Mi a döntés, ha az elmulasztott nyereség kritériuma alapján döntenek ?

Lehetőség van egy szakértői vizsgálatra a vásárlás előtt. Hasonló esetekben ezzel a vizsgálattal 0,1 valószínűséggel tévedett a szakértő a minőség megállapításában akkor, amikor a kisteherautó valóban rossz minőségű volt, míg 0,8 valószínűséggel állapította meg helyesen a minőséget, amikor a kisteherautó jó minőségű volt.

d) Mi annak a valószínűsége, hogy a vizsgálat azt állapítja meg, hogy a kisteherautó rossz minőségű ?

e) Rajzoljuk fel az ehhez a döntési problémához tartozó döntési fát az elemzéshez szükséges összes információ, valamint az optimális döntési stratégia meghatározásához szükséges részeredmények feltüntetésével !

f) Maximum mennyit érdemes fizetni ezért a vizsgálatért ?

g) Határozd meg a tökéletes információ várható értékét!

3.Feladat

Péter nyáron Hamburgba készül, s szeretné az útiköltséget minimalizálni. Tudja, hogy egy barátja Hamburgból Münchenbe készül kocsival, s könnyen lehet, hogy visszafelé csatlakozni tud hozzá. Úgy látja, hogy az időpontok összehangolhatóságának esélye 50%, Münchenből pedig 8eFt-ért haza tud jönni busszal. Péternek most, 1 hónappal az utazás előtt, két lehetőség közül kell választania:

1. Vesz egy vissza nem váltható, oda-vissza jegyet egy diszkont („fapados”) légitársaságnál 22 eFt-ért

2. Vesz egy korlátozottan visszaváltható, csak odaútra szóló akciós jegyet 10eFt-ért, majd kb. 1 héttel az indulás előtt, amikorra véglegesen eldől, hogy Hamburgból Münchenig tud-e jönni ingyen a barátjával kocsival, dönt majd arról, hogy Hamburgból a visszautat (ha lehet) Münchenig kocsival, majd onnan busszal teszi-e meg, vagy pedig egyenesen hazarepül Hamburgból.

Korábbi útjai, s a diszkonttársaságok árainak gyakori intemetes vizsgálata alapján úgy véli, hogy 1 héttel az indulás előtt a következő esetek lehetségesek a következő valószínűségekkel:

1. 0,6 valószínűséggel 6 eFt-ért kap fapados jegyet a visszaútra.

2. 0,2 valószínűséggel 15 eFt-ért kap fapados jegyet a visszaútra.

3. 0,2 a valószínűsége annak, hogy fapados jegyet nem kap, s ekkor egy „normál” társaságnál kényszerül retúr-jegyet venni 35 eFt-ért, „oda” jegyének visszaváltása pedig 5eFt veszteséget jelent.

a) Rajzold fel a feladathoz tartozó döntési fát!

b) Határozd meg az egyes döntések esetén az útiköltség várható értékét!

c) Határozd meg az optimális döntéseket és az útiköltség várható értékét, ha a várható útiköltség minimalizálása a cél!

MEGOLDÁSOK

1. Feladat

A továbbiakban a következő jelöléseket használjuk:

- a_1 = kitermel
- a_2 = nem termel ki
- s_1 = sikeres feltárás
- s_2 = sikertelen feltárás

a) A mátrixok az alábbiak:

DÖNTÉSI		
	s_1	s_2
a_1	15	-10
a_2	0	0

REGRET		
	$s_1(0,4)$	$s_2(0,6)$
a_1	0	10
a_2	15	0

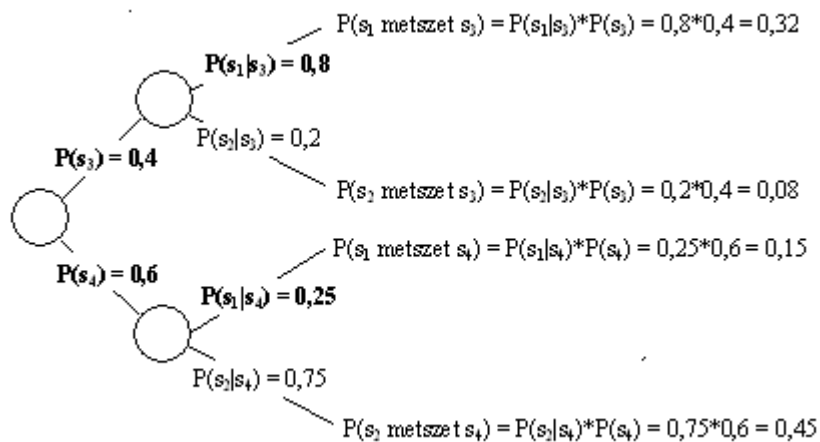
b) A sormaximumok értéke a döntési mátrixban 15 és 0, melyek közül a maximum 15, ezért **kitermel** (a_1)

c) A soronként számított várható értékek a regret mátrixban $0,4*0 + 0,6*10 = 6$ és $0,4*15 + 0,6*0 = 6$, melyek egyformák, ezért **mindegy, hogy kitermel-e vagy sem**

A továbbiakban a következő jelöléseket használjuk:

- a_1 = alkalmazzuk a geológust
- a_2 = nem alkalmazzuk a geológust
- s_1 = a geológus sikert jósol
- s_2 = a geológus kudarcot jósol
- a_3 = kitermelünk
- a_4 = nem termelünk ki
- s_3 = sikeres feltárás
- s_4 = sikertelen feltárás

d) A feladathoz tartozó valószínűségi fa a következő (a vastagon feltüntetett adatokat a feladat szövege adta meg, a többit ki kellett számolni):



$$P(s_1) = P(s_1 \cap s_3) + P(s_1 \cap s_4) = 0,32 + 0,15 = 0,47$$

$$P(s_2) = P(s_2 \cap s_3) + P(s_2 \cap s_4) = 0,08 + 0,45 = 0,53$$

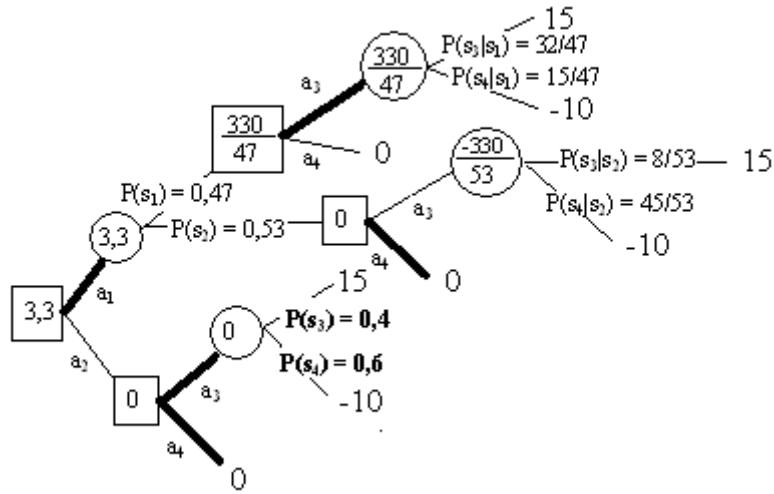
A feladathoz tartozó döntési fa a következő (a vastagon feltüntetett adatokat a feladat szövege adta meg, a többi ki kellett számolni):

$$P(s_3|s_1) = P(s_1 \cap s_3) / P(s_1) = 0,32 / 0,47 = 32/47$$

$$P(s_3|s_2) = P(s_2 \cap s_3) / P(s_2) = 0,08 / 0,53 = 8/53$$

$$P(s_4|s_1) = P(s_1 \cap s_4) / P(s_1) = 0,15 / 0,47 = 15/47$$

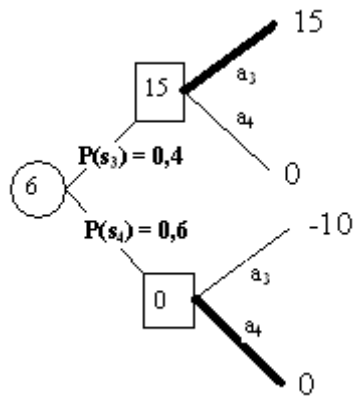
$$P(s_4|s_2) = P(s_2 \cap s_4) / P(s_2) = 0,45 / 0,53 = 45/53$$



A döntés tehát a következő: Megbízunk a geológust, majd az ő véleményétől függően döntünk. Amennyiben sikeres feltárást jósol, akkor megkezdjük a kitermelést, ha viszont nem, akkor nem tárunk fel.

e) EVSI = 3,3 – 0 = 3,3, azaz maximum ennyit érdemes a geológusnak fizetni.

A tökéletes információ meghatározásához tartozó fa a következő:



EVPI = 6 – 0 = 6, azaz a tökéletes információ várható értéke 6.

2. Feladat

A továbbiakban a következő jelöléseket használjuk:

- a_1 = vásárlás
- a_2 = nincs vásárlás
- s_1 = jó minőségű
- s_2 = rossz minőségű

a) A mátrixok az alábbiak:

		DÖNTÉSI	
		s_1	s_2
a_1	a_1	10	-6
	a_2	0	0

		REGRET	
		s_1	s_2
a_1	a_1	0	6
	a_2	10	0

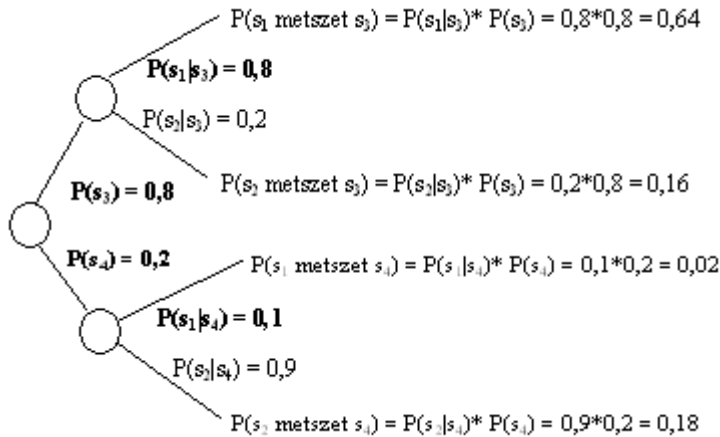
b) A sorminimumok értéke a döntési mátrixban -6 és 0, melyek közül a maximum 0, ezért **nincs vásárlás (a_2)**

c) A sormaximumok értéke a regret mátrixban 6 és 10, melyek közül a minimum 6, ezért a helyes döntés a **vásárlás (a_1)**

A továbbiakban a következő jelöléseket használjuk:

- a_1 = alkalmazzuk a szakértőt
- a_2 = nem alkalmazzuk a szakértőt
- s_1 = a szakértő jó minőséget jósol
- s_2 = a szakértő rossz minőséget jósol
- a_3 = vásárlás
- a_4 = nincs vásárlás
- s_3 = jó minőségű
- s_4 = rossz minőségű

d) A feladathoz tartozó valószínűségi fa a következő (a vastagon feltüntetett adatokat a feladat szövege adta meg, a többit ki kellett számolni):

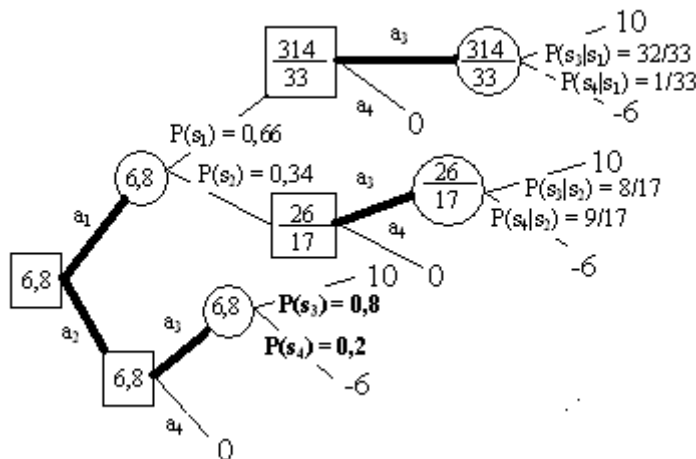


$P(s_1) = P(s_1 \cap s_3) + P(s_1 \cap s_4) = 0,64 + 0,02 = 0,66$
 $P(s_2) = P(s_2 \cap s_3) + P(s_2 \cap s_4) = 0,16 + 0,18 = 0,34$

A d) kérdés megoldása tehát: $P(s_2) = 0,34$

e) A feladathoz tartozó döntési fa a következő (a vastagon feltüntetett adatokat a feladat szövege adta meg, a többit ki kellett számolni):

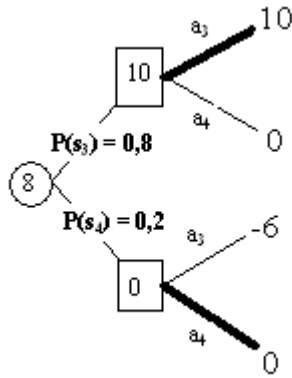
$P(s_3|s_1) = P(s_1 \cap s_3) / P(s_1) = 0,64 / 0,66 = 32/33$
 $P(s_3|s_2) = P(s_2 \cap s_3) / P(s_2) = 0,16 / 0,34 = 8/17$
 $P(s_4|s_1) = P(s_1 \cap s_4) / P(s_1) = 0,02 / 0,66 = 1/33$
 $P(s_4|s_2) = P(s_2 \cap s_4) / P(s_2) = 0,18 / 0,34 = 9/17$



A döntés tehát a következő: Teljesen mindegy, hogy alkalmazunk-e szakértőt vagy sem és mindenképpen a jármű beszerzése mellett döntünk.

f) $EVSI = 6,8 - 6,8 = 0$, azaz semennyit nem érdemes a szakértői vizsgálatért fizetni.

g) A tökéletes információ meghatározásához tartozó fa a következő:



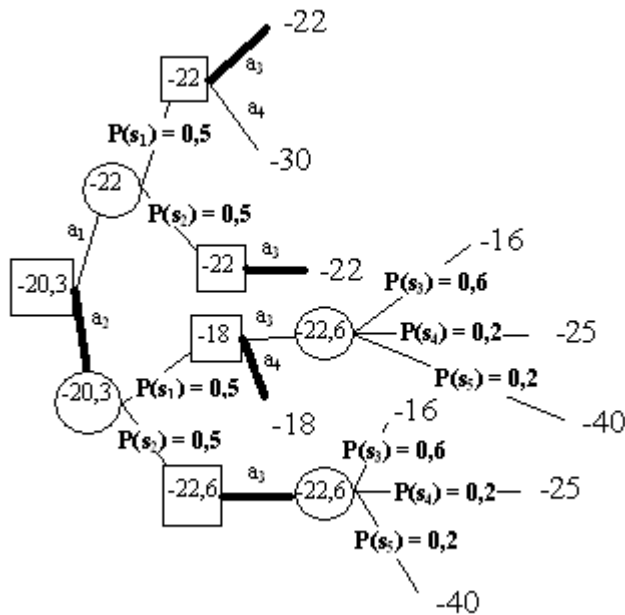
EVPI = $8 - 6,8 = 1,2$, azaz a **tökéletes információ várható értéke 1,2.**

3.Feladat

A továbbiakban a következő jelöléseket használjuk:

- a_1 = vesz egy fapados „oda-vissza” jegyet 22 eFt-ért
- a_2 = vesz egy „csak oda” jegyet 10 eFt-ért
- s_1 = összehangolható a visszaút Münchenig
- s_2 = nem hangolható össze a visszaút Münchenig
- a_3 = Hamburgból egyenesen hazarepül
- a_4 = Münchenig a barátjával jön, onnan pedig busszal
- s_3 = 6 eFt-ért kap jegyet a visszaútra
- s_4 = 15 eFt-ért kap jegyet a visszaútra
- s_5 = 35 eFt-ért „oda-vissza” jegyet vált és visszaváltja a „csak oda” jegyet 5 eFt-ért

a) A feladathoz tartozó döntési fa a következő (a vastagon feltüntetett adatokat a feladat szövege adta meg):



b) Az adatokat lásd a döntési fán

c) Péter megveszi a „csak oda” jegyet 10 eFt-ért, majd 1 héttel az utazás előtt újabb döntést hoz annak ismeretében, hogy sikerül-e a barátjával az időpontokat összehangolni vagy sem. Amennyiben sikerül, akkor visszafelé a barátjával utazik Münchenig, onnan pedig busszal Budapestig. Ha nem sikerül, akkor vesz egy repülőjegyet a visszaútra Hamburgból Budapestre.